

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2012

BRANCHE : *Mathématiques I*

DATE : *21 mai 2012*

DUREE : *2h 15min*

Question 1

Démontrez les théorèmes suivants :

1. Pour tout réel a et tout réel b : $\exp(a+b) = \exp(a) \cdot \exp(b)$.

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

8 points (4 + 4)

Question 2

f est la fonction définie sur $\left] -\infty; \frac{1}{4} \right] \cup [1; +\infty[$ par $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 - 5x + 1}$.

\mathcal{C}_f est sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Prouvez que la droite d_1 d'équation $y = 4x - \frac{5}{4}$ est asymptote à \mathcal{C}_f en $+\infty$.

2. Calculez la limite de f en $-\infty$. Interprétez graphiquement.

3. Étudiez la dérivabilité de f en 1. Que peut-on en déduire graphiquement ?

11 points (3 + 4 + 4)

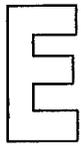
Question 3

1. Résolvez l'inéquation suivante : $2\ln(2x-1) - \ln(5-2x) \leq \frac{1}{2}\ln 4$

2. Résolvez l'équation suivante : $e^{2x} + e^x = 6$

8 points (5 + 3)





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2012

Question 4

1. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 2x^3 + 3 - 6 \ln x$.
 - a. Étudiez les variations de g . Les limites aux bornes du domaine de définition ne sont pas demandées.
 - b. Déduisez-en le signe de g sur $]0; +\infty[$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x}{3} - 1 + \frac{\ln x}{x^2}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - a. Calculez les limites de f aux bornes du domaine de définition et donnez les équations des asymptotes horizontales ou verticales éventuelles.
 - b. Démontrez que C_f admet une asymptote oblique Δ en $+\infty$ dont on détermine une équation.
 - c. Étudiez la position relative de C_f et de Δ .
 - d. Démontrez que $f'(x) = \frac{g(x)}{3x^3}$, pour tout $x \in D_f$.
 - e. Déduisez-en le tableau des variations de f .
 - f. Représentez graphiquement Δ et C_f .

17 points [(3 + 1) + (2 + 2 + 3 + 2 + 1 + 3)]

Question 5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x} + 2x - 1$

1.
 - a. Calculez les limites de f aux bornes du domaine de définition.
 - b. Dressez le tableau des variations de f .
 - c. Indiquez l'équation de la tangente T_0 à C_f en $x = 0$.
2. Démontrez qu'il existe une seule tangente à C_f qui passe par $A(0; -3)$.

16 points [(3 + 3 + 1) + 9]

