

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
1^{re} Session 2010

BRANCHE : Mathématiques I

DATE : 3 juin 2010 REPÊCHAGE DUREE : 2 heures 15 minutes

I Démontrez: 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

(2+3 = 5 points)

II 1) Démontrez que les solutions dans \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' = a y$ ($a \neq 0$) sont les fonctions f_k définies par $f_k(x) = k e^{ax}$ où k est un réel quelconque.

2) f est une fonction dérivable sur \mathbb{R} , C_f sa courbe représentative.

Déterminez la fonction f telle que :

pour tout réel x , $3f(x) + 4f'(x) = 0$

et C_f admet au point d'abscisse 4 une tangente de coefficient directeur -1 .

(5+3 = 8 points)

III f est la fonction définie par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 6x + 6}$.

C_f est sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Indiquez le domaine de définition de f .

2) Calculez la limite de f en $+\infty$.

3) Prouvez que la droite d d'équation $y = 2x - 3$ est asymptote oblique à C_f en $+\infty$.

4) Calculez la limite de f en $-\infty$ et interprétez graphiquement le résultat.

5) Étudiez la dérivabilité de la fonction f en $(3 - \sqrt{3})$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

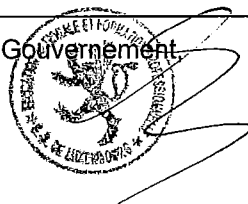
(2+1 +2+3+4 = 12 points)

IV f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 15$.

1) Est-il vrai que l'équation $f(x) = 10$ a trois solutions distinctes et trois seulement dans \mathbb{R} ?

2) Des résultats trouvés sous 1) déduisez une valeur réelle pour m telle que l'équation $f(x) = m$ n'admette pas de solution dans \mathbb{R} .

(7+1 = 8 points)





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2010

- V
- 1) Résolvez l'équation: $e^{\ln(x^2-1)} = x \cdot \ln e^{1-x}$
 - 2) Résolvez l'inéquation: $2\ln(3-x) \leq \ln(x+1) + \ln(x-2)$
 - 3) f est la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = ax^2 + 5 + b \ln x$, avec a et b réels.
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
Déterminez les réels a et b tels que la tangente à C_f au point $A(1;6)$ est horizontale.
(4+4+4 = 12 points)

- VI
- f est la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$.
- C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.
- 1) Étudiez les limites de f aux bornes du domaine de définition.
Interprétez graphiquement ces résultats.
 - 2) Trouvez l'équation de l'asymptote oblique à C_f en $-\infty$.
 - 3) Étudiez la position relative de C_f et de d pour $x \in]-\infty;0[$.
 - 4) Prouvez que la droite d'équation $y = x$ est asymptote oblique à C_f en $+\infty$.
 - 5) Dressez le tableau de variations de f .
 - 6) Construisez dans un repère orthonormal (unité : 1 cm) les asymptotes puis la courbe C_f .
(4+2+2+1+3+3 = 15 points)

