

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2009

BRANCHE : *Mathématiques I*

DATE : *3 juin 2009*

DUREE : *2 h 15*

1 [6 + 6 = 12 points]

1. Démontrer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

2. Démontrer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

2 [1 + 3 + 4 + 3 = 11 points]

Soit f la fonction définie sur $] -\infty; -3]$ par $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 6} - 2x$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Calculer la limite de f en $-\infty$.
2. Montrer que la droite d'équation $y = -3x - \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à C_f en $-\infty$.
3. Étudier la dérivabilité de f en (-3) . Que peut-on en déduire graphiquement ?
4. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in] -\infty; -3[$ et donner le tableau de variations complet de f .

3 [8 + 6 = 14 points]

Déterminer le domaine d'existence, puis résoudre les équations suivantes :

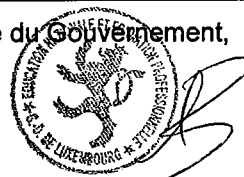
1. $\ln(x^3 - x) = \ln(2x^2 - 2)$

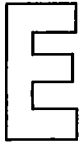
2. $(e^{\frac{x-1}{x+1}} - 2) \cdot \left[\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - 2 \right] = 0$

4 [2 + 6 = 8 points]

Soit f la fonction exponentielle définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente t_2 à C_f au point d'abscisse 2.
2. Étudier la position de C_f par rapport à t_2 .





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2008

5 [3 + 2 + 2 + 5 + 3 = 15 points]

Soit f la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = x + 5 + \ln\left(\frac{x}{x+3}\right)$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Calculer les limites de f aux bornes de I .
 2. Montrer que C_f admet une asymptote oblique, notée Δ , dont on déterminera l'équation réduite.
 3. Étudier la position de C_f par rapport à Δ sur I .
 4. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in I$ et donner le tableau de variations complet de f .
 5. Tracer la courbe représentative de f et la droite Δ dans un repère orthogonal.
-

