Juin 2004

Ministère de l'Education nationale, de la Formation professionnelle et des Sports

EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale – Section technique générale

Session 2004

BRANCHE : Mathématiques I

DATE : 27.05.04 *DUREE : 2 h 15 min*

I (6 + 4 = 10 points)

1) Démontrer: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$.

2) Démontrer : La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est égale à sa fonction dérivée : (exp)' = exp .

II (4 + 4 = 8 points)

Soit f la fonction définie sur]-∞ ; 0] ∪ [7 ; +∞[par $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x}$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1) Démontrer que C_f admet une asymptote oblique au voisinage de -∞ dont on déterminera une équation.

2) Démontrer que C_f admet une tangente verticale au point d'abscisse 0.

III (5 + 3 = 8 points)

Soit f la fonction définie sur]0 ; +∞[par $f(x) = x \cdot (a \ln x + be^{-x})$ $(a,b \in \mathbb{R})$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

La tangente à C_f au point $A(1\ ;2)$ est parallèle à la droite d d'équation $x + y = 0$.

1) Déterminer les réels a et b .

2) Est-ce que C_f admet des asymptotes parallèles aux axes du repère ? Justifier.

IV (4 + 4 = 8 points)

Résoudre:

1) $2 \cdot \ln(2 - 3x) = \ln(4x + 8) + \ln(5 - 4x)$

2) $2e^x + e^{-x} \le 3$

Le Commissaire du Gouvernement,

EDUCATION NATIONALE, FORMATION PROFESSIONNELLE ET SPORTS G.D. DE LUXEMBOURG

V (1 + 3 + 5 + 6 + 3 = 18 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3}{4}x + \ln(2-x) - \ln(5-x)$
Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

2) Déterminer les limites aux bornes du domaine et préciser les asymptotes (éventuelles) parallèles aux axes du repère.

3) **a)** Démontrer que C_f admet une asymptote oblique d dont on déterminera une équation.
b) Etudier la position de C_f par rapport à d.

4) Etudier les variations de f.

5) Construire C_f et ses asymptotes (unité: 1 cm).

VI (3 + 3 + 2 = 8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2e^x - 1}{e^x + 1} - x$
Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1) Etudier les variations de f.

2) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition.

3) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$.
Trouver un encadrement de α à un dixième près.

Le Commissaire du Gouvernement,