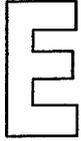


Juni 2003



Ministère de l'Éducation nationale, de la Formation professionnelle et des Sports

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

Session 2003

BRANCHE : *Mathématiques I*

DATE : 02.06.03

DUREE : 2 heures 15 minutes

Question 1.

1)

a) Démontrez la propriété fondamentale de la fonction logarithme népérien :

pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, $\ln ab = \ln a + \ln b$.

b) Déduisez en que

pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ et

pour tout réel $b > 0$, $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$

2) Démontrez que la fonction exponentielle est égale à sa fonction dérivée : $(\exp)' = \exp$.

_____ [(4 + 2 + 2) + 4 = 12 points]

Question 2. Résolvez dans \mathbb{R} les équations et l'inéquation suivantes.

a) $\ln(1-5x) - \ln(x+1) = -1$

b) $e^{2x+\ln 2} + e^{x+\ln 5} \leq 3$

c) $3 \cdot 5^x - 5^{1-x} = 2$

_____ (6 + 6 + 6 = 18 points)

Question 3. Etude de la fonction $f : x \mapsto e^x - \frac{e}{x}$.

a) Déterminez l'ensemble de définition de la fonction f .

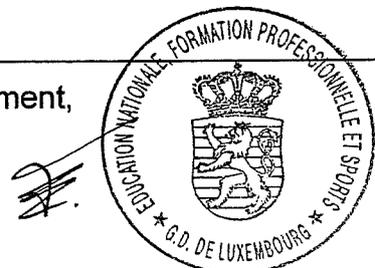
b) Étudiez les limites aux bornes de l'ensemble de définition et précisez les asymptotes éventuelles à la courbe représentative de f .

c) Étudiez les variations de f .

d) Tracez la courbe représentative de f .

_____ (1 + 4 + 3 + 4 = 12 points)

Le Commissaire du Gouvernement,



1 / 2

Question 4. Calculez les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x+1) - \ln(x-1)]$

(6 + 3 + 3 = 12 points)

Question 5. Etudiez les limites des suites (u_n) suivantes.

a) $u_n = e^{1 - \frac{1}{n}}$

b) $u_n = \ln(n^2 + 1) - \ln n$

(3 + 3 = 6 points)

Le Commissaire du Gouvernement,

