

Code branche <b>MATHE II</b>	Ministère de l'Education nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale Section technique générale - Session 2013/2014	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée épreuve 2h	Mathématiques II	13GE
Date épreuve 26.05.2014		

I. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

On pose :  $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ ,  $z_2 = 2 + 2i$  et  $Z = \frac{z_1}{z_2}$ .

- 1) Ecrire  $z_1$ ,  $z_2$  et  $Z$  sous forme exponentielle.
- 2) Ecrire  $Z$  sous forme algébrique.
- 3) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

(4 + 2 + 1 = 7 points)

II. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe  $z$  satisfait à la condition indiquée :

a)  $|2 - \bar{z}| = |iz - 1|$

b)  $\arg\left(-\frac{i}{z}\right) = \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi}$

2) On note A le point d'affixe 1. A tout point M distinct de A et d'affixe  $z$ , est associé le point M' d'affixe  $z'$  définie par  $z' = \frac{(1-i)(z-i)}{z-1}$ .

Déterminer, par une méthode analytique, l'ensemble  $\Gamma$  des points M d'affixe  $z$  telle que  $\text{Re}(z')$  soit nul.

((3 + 3) + 7 = 13 points)





III. 1) Démontrer que :

Si dans un repère orthonormé de l'espace, on a les vecteurs  $\vec{u}(x,y,z)$  et  $\vec{v}(x',y',z')$  alors :  
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$ .

2) On donne  $A(2 ; -1 ; 3)$ ,  $B(0 ; 1 ; 2)$  et  $C(1 ; 0 ; -1)$ . Quelle est, au dixième de degré près, la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  ?

(5 + 3 = 8 points)

IV. L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Les droites  $d$  et  $d'$  sont données par leurs représentations paramétriques,

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 2s + 2 \\ y = s - 4 \\ z = -s + 2 \end{cases}, s \in \mathbb{R}.$$

Etudier si les droites  $d$  et  $d'$  sont coplanaires.

(4 points)

V. L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère les trois plans :

$$P_1: x - y + 2z - 4 = 0,$$

$$P_2: x + y + z - 11 = 0,$$

$$P_3: 2x + y - z - 8 = 0.$$

- 1) Vérifier que les plans  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants (sans déterminer leur intersection).
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection  $d$ .
- 3) Etudier la position relative de cette droite  $d$  et du plan  $P_3$  et en déduire l'intersection des trois plans.

(1 + 4 + 4 = 9 points)

VI. L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On donne les points  $A(1 ; 2 ; 3)$  et  $B(-1 ; 3 ; 5)$  et le plan  $P : 2x + y - z + 3 = 0$ .

- 1) Vérifier que la droite  $(AB)$  n'est pas perpendiculaire au plan  $P$ .
- 2) Déterminer un vecteur normal au plan  $Q$  qui contient la droite  $(AB)$  et qui est perpendiculaire à  $P$ .
- 3) Déterminer une équation cartésienne de ce plan  $Q$ .

(1 + 2 + 2 = 5 points)





VII. L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On donne les quatre points  $A(1; -3; 2)$ ,  $B(2; -1; 1)$ ,  $C(1; -2; 4)$  et  $D(3; -2; 5)$ .

- 1) Vérifier que les points A, B et C définissent un plan.
- 2) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC.
- 4) Vérifier que le point D n'appartient pas au plan (ABC).
- 5) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par D et perpendiculaire à (ABC).
- 6) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de D sur le plan (ABC).
- 7) En déduire la distance du point D au plan (ABC).

(1 + 3 + 1 + 1 + 2 + 4 + 2 = 14 points)



