

|                                     |   |                    |
|-------------------------------------|---|--------------------|
| Code branche<br><b>MATH</b>         | Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse<br>EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES<br>Régime technique - Session 2015/2016 |                    |
| Épreuve écrite                      | Branche   | Division / Section |
| Durée épreuve<br><b>2h30</b>        | <b>Mathématiques</b>  | <b>CG</b>          |
| Date épreuve<br><b>21 SEP. 2016</b> |   |                    |

**Exercice 1** (2+3+3+2=10 points)

Une entreprise fabrique des appareils sanitaires. Le coût de fabrication (en €) de  $x$  receveurs de douche est donné par  $C(x) = x^2 + 100x + 15000$ .

L'entreprise vend le receveur à 870 € l'unité.

1) Montrez que le bénéfice réalisé (en €) pour  $x$  receveurs de douche fabriqués et vendus est

$$B(x) = -x^2 + 770x - 15000.$$

2) Pour quelles valeurs de  $x$ , le bénéfice est-il strictement positif ?

3) Étudiez le sens de variations de  $B(x)$ .

4) Pour quelle valeur de  $x$ , le bénéfice est-il maximal ? Déterminez le bénéfice maximal.

**Exercice 2** (6+4=10 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez les inéquations suivantes :

1)  $\ln(x-2) - \ln 15 \leq \ln 3 - \ln(x+2)$

2)  $\frac{e^{x^2}}{e^{3x}} \geq e^x \cdot e^2$

**Exercice 3** (1+3+3+1=8 points)

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 8 - 2 \ln\left(\frac{1}{2} - 3x\right)$ .

1) Déterminez le domaine de définition de la fonction  $f$ .

2) Déterminez les limites de la fonction  $f$  aux bornes du domaine et déterminez une équation de l'asymptote à la courbe représentative de  $f$ .

3) Déterminez les variations de la fonction  $f$ .

4) Déterminez l'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des ordonnées.



**Exercice 4** (2+3=5 points)

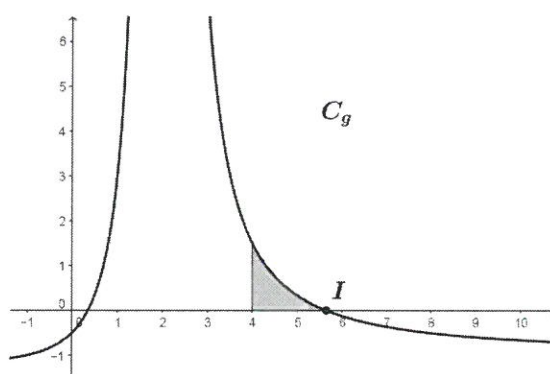
Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{e^{-2x} - 1}{2 - e^{-3x}}$ .

- 1) Déterminez le domaine de définition de  $f$ .
  - 2) Calculez la fonction dérivée de  $f$ .
- 

**Exercice 5** (1+3+2=6 points)

Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{-x^2 + 6x - 2}{(x-2)^2}$ .

La figure ci-jointe donne la courbe représentative de la fonction  $g$  dans un repère orthogonal.



- 1) Déterminez les coordonnées du point  $I$ .
  - 2) Vérifiez par un calcul que la fonction  $G$  définie par  $G(x) = -x - \frac{6}{x-2} + 2 \ln(x-2)$  est une primitive de la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $]2; +\infty[$ .
  - 3) Calculez l'aire de la surface délimitée par  $C_g$ , l'axe des abscisses et la droite d'équation  $x = 4$ .
- 

**Exercice 6** (2+1+1+2=6 points)

Lors d'une enquête réalisée parmi des consommateurs d'un pays européen, 65 % des consommateurs ont été contre la signature d'un accord de commerce et d'investissement avec les Etats-Unis (TTIP).

74 % des opposants adhèrent à un parti de gauche et le reste des consommateurs adhèrent à un parti de droite. 67 % des consommateurs qui soutiennent le TTIP adhèrent à un parti de droite.

- 1) Construisez un diagramme en arbre qui illustre cette situation.
- 2) Quelle est la probabilité qu'un consommateur s'oppose au TTIP et adhère à un parti de droite ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'un consommateur adhère à un parti de gauche ?
- 4) Trouvez la probabilité qu'un consommateur s'oppose au TTIP sachant qu'il s'agit d'un adhérent à un parti de gauche.

**Exercice 7** (2+2=4 points)

Une classe compte 25 élèves dont 20 garçons. A chaque cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève de la classe **sans se rappeler** quels élèves il a déjà interrogés les jours précédents.

- 1) Quelle est la probabilité que sur 10 jours consécutifs le professeur interroge exactement 7 garçons ?
- 2) Quelle est la probabilité que sur 10 jours consécutifs le professeur interroge au moins 2 filles ?

**Exercice 8** ((1+1+1+2+1)+(1+1+1+1+1)=11 points)

**Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à  $10^{-3}$  près.**

Le tableau ci-joint montre l'évolution du budget (en millions d'euros) d'une entreprise multinationale qui fabrique des produits électroniques :

| Année                 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année $x_i$ | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Budget $y_i$          | 398  | 451  | 423  | 501  | 673  | 956  | 1077 | 1285 | 1427 | 1490 |

**Partie A**

- 1) Déterminez les coordonnées du point moyen  $G$ .
- 2) Vérifiez qu'un ajustement affine est valable.
- 3) Représentez le nuage de points  $(x_i, y_i)$  associé à cette série double dans un repère orthogonal.  
Sur l'axe des abscisses, placez 0 à l'origine et choisissez 1 cm pour une année.  
Sur l'axe des ordonnées, placez 0 à l'origine du repère et choisissez 1 cm pour 200 (millions d'euros).
- 4) Déterminez une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  et représentez cette droite dans le repère orthogonal représenté sous le point 3).
- 5) En utilisant cet ajustement, effectuez une prévision pour le budget en 2025.

**Partie B**

La croissance des budgets semble être freinée entre 2012 et 2014. On envisage un ajustement logarithmique entre 2009 et 2014.

- 1) Posez  $z_i = \ln x_i$ . Recopiez et complétez le tableau suivant :

| Année        | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|
| $z_i$        |      |      |      |      |      |      |
| Budget $y_i$ | 673  | 956  | 1077 | 1285 | 1427 | 1490 |

- 2) Déterminez une équation de la droite de régression de  $y$  en  $z$ .
- 3) Exprimez  $y$  en fonction de  $x$ .
- 4) Quel budget pouvez-vous prévoir pour l'année 2025 ?
- 5) L'entreprise souhaite envisager un budget de 2300 millions d'euros en 2025. Lequel des deux ajustements semble-être plus réaliste ? Justifiez.

