2 1 SEP. 2017

13CG-Mathématiques-2016/2017-Corrigé

Exercice 1 (6+4=10 points)

1) $\ln(2x+5)-2\ln(x+1)\geq 0$

$c.e:\ \left.\begin{array}{l} 2x+5>0 \Rightarrow x>-\frac{5}{2} \\ x+1>0 \ \ \Rightarrow x>-1 \end{array}\right\} D_I = \left]-1;+\infty\right[$ **(2)**

$\ln(2x+5)\geq 2\ln(x+1)$

$\ln(2x+5)\geq \ln(x+1)^2$

$2x+5\geq x^2+2x+1$

$-x^2+4\geq 0$ **(2)**

$v.c: -x^2+4=0$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$-x^2+4$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(2)

$S=\left]-1;2\right]$

2) $\dfrac{e^{3x+1}}{e^{-x-10}}=\left(e^{3x-2}\right)^2\cdot e^{x^2}$

$D_E=\mathbb{R}$ **(0,5)**

$\dfrac{e^{3x+1}}{e^{-x-10}}=\left(e^{3x-2}\right)^2\cdot e^{x^2}$

$e^{3x+1+x+10}=e^{6x-4+x^2}$

$4x+11=x^2+6x-4$ **(3)**

$-x^2-2x+15=0$

$\Delta=64\ \ x_1=-5\ \ x_2=3$

$S=\{-5;3\}$ **(0,5)**

Exercice 2 (10 points)

Domaine de définition : $D_f=\mathbb{R}$ **(1)**

Limites et asymptotes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2\ \ A.H: y=2$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ **(2)**

Dérivée : $f'(x)=-5\cdot\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x+1}=-\frac{5}{2}e^{\frac{1}{2}x+1}<0$ **(1)**

Tableau de variation : **(1)**

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$

Intersection avec les axes : **(2+1)**

$C_f \cap Ox$:

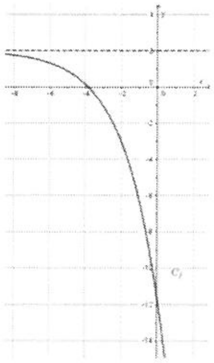
$f(x)=0 \Rightarrow -5e^{\frac{1}{2}x+1}+2=0 \Rightarrow e^{\frac{1}{2}x+1}=\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{2}x+1=\ln\frac{2}{5} \Rightarrow x=2(\ln\frac{2}{5}-1)\simeq -3,8$

$A(-3,8;0)$

$C_f \cap Oy$:

$f(0)=-5e^{\frac{1}{2}\cdot 0+1}+2\simeq -11,6 \Rightarrow B(0;-11,6)$

Représentation graphique : **(2)**



x	-7	-6	-5	-4	-5	-2	-1	0
$f(x)$	1,59	1,32	0,88	0,16	-1,03	-3	-6,24	-11,59

<u>Exercice 3</u> (2+3=5 points)

$f(x)=\ln\dfrac{-3x+1}{2x+7}$

$c.e: \frac{-3x+1}{2x+7}>0 \quad et \quad 2x+7\neq 0$

$v.c: \begin{cases} -3x+1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3} \\ 2x+7=0 \Rightarrow x=-\frac{7}{2} \end{cases}$

x		$-\frac{7}{2}$		$\frac{1}{3}$	
$-3x+1$	+		+	0	–
$2x+7$	–	0	+		+
$Q(x)$	–	$\Vert$	+	0	–

$D_f=\left]-\frac{7}{2};\frac{1}{3}\right[$ **(2)**

$f'(x)=\dfrac{\frac{-3(2x+7)-(-3x+1)\cdot 2}{(2x+7)^2}}{\frac{-3x+1}{2x+7}}=\dfrac{-6x-21+6x-2}{(2x+7)^2}\cdot\dfrac{2x+7}{-3x+1}=\dfrac{-23}{(2x+7)(-3x+1)}$ **(3)**

<u>Exercice 4</u> (1+2+2=5 points)

1) $f(x)=0$

$e^{-x}(-2x+1)=0$

$e^{-x}=0$ ou $-2x+1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

impossible

$I(\frac{1}{2};0)$

2) $F'(x)=-e^{-x}\cdot(2x+1)+e^{-x}\cdot 2=e^{-x}(-2x-1+2)=e^{-x}(-2x+1)=f(x)$

Donc F est une primitive de f.

3) $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\left[F(x)\right]_0^{\frac{1}{2}}=\left[e^{-x}(2x+1)\right]_0^{\frac{1}{2}}=\left[e^{-\frac{1}{2}}(2\cdot\frac{1}{2}+1)\right]-\left[e^{-0}(2\cdot 0+1)\right]=2e^{-\frac{1}{2}}-1\simeq 0,21$

Exercice 5 (4+1=5 points)

1) $B'(x) = -200 + 400 \cdot \frac{1}{x} = \frac{-200x+400}{x}$

$B'(x) = 0 \Rightarrow -200x + 400 = 0 \Rightarrow x = 2$

2) $B(2) = -200 \cdot 2 + 500 + 400 \cdot \ln(2) \simeq \mathbf{377,259}$

L'entreprise doit produire et vendre 200 tracteurs pour obtenir un bénéfice maximal de 377259€.

x	0		2	
$B'(x)$	$\|\|$	+	0	−
$B(x)$	$\|\|$	↗	Max	↘

Exercice 6 (1+1+1+1+1+2+1+2=10 points)
Partie A : Ajustement affine

1) $r \simeq -0{,}95$. Comme r est proche de -1 un ajustement affine est valable.
2) $y = -194{,}02x + 11756{,}06$
3) $y = 0;\ x = 60{,}59$. Selon ce modèle à partir de 2010/2011 plus aucun lièvre ne sera tiré.

Partie B : Ajustement exponentiel

4)

x_i	0	10	20	30	40	50	60	66
$z_i = \ln y_i$	9,47	9,32	8,93	7,94	8,09	7,35	6,68	6,16

5) $z = -0{,}05x + 9{,}72$
6) $z = -0{,}05x + 9{,}72 \Rightarrow \ln y = -0{,}05x + 9{,}72 \Rightarrow y = e^{-0{,}05x+9{,}72}$
7) $x = 71;\ y = e^{-0{,}05 \cdot 71 + 9{,}72} \simeq \mathbf{478{,}19}$ En 2020/21 il y aura 480 lièvres tirés.
8) $400 = e^{-0{,}05x+9{,}72} \Rightarrow \ln 400 = -0{,}05x + 9{,}72 \Rightarrow x = \frac{\ln 400 - 9{,}72}{-0{,}05} \simeq \mathbf{74{,}57}$. En 2024/25 il y aura pour la première fois moins que 400 lièvres tirés.

Exercice 7 (2+3=5 points)

1) $p = \dfrac{C_4^3}{C_9^3} = \dfrac{1}{21} \simeq 0{,}0476$

2) $p = \dfrac{C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3}{C_9^3} = \dfrac{25}{42} \simeq 0{,}5952$

Exercice 8 (2+3=5 points)

S : « gagner en obtenant un secteur gris»

$p = \frac{3}{8} = 0{,}375$

$\overline{S}$: « perdre en obtenant un secteur blanc»

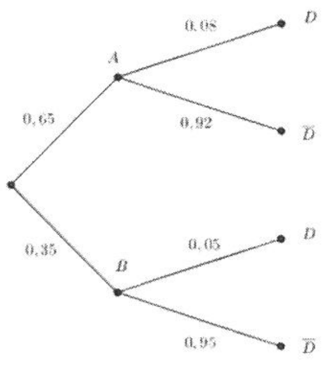
$q = 1 - p = 0{,}625$

1) $p(S_5 = 2) = C_5^2 \cdot (0{,}375)^2 \cdot (0{,}625)^3 \simeq \mathbf{0{,}3433}$

2) $p(S_3 \geq 1) = 1 - p(S_3 = 0) = 1 - C_3^0 \cdot 0{,}375^0 \cdot 0{,}625^3 \simeq \mathbf{0{,}7559}$

Exercice 9 (1+1+1+2=5 points)

1)



2) $p = 0{,}35 \cdot 0{,}05 = 0{,}0175$

3) $p = 0{,}65 \cdot 0{,}92 + 0{,}35 \cdot 0{,}95 = 0{,}9305$

4) $p = \dfrac{0{,}65 \cdot 0{,}92}{0{,}9305} \simeq 0{,}6427$