

<i>Code branche</i> MATHE	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique - Session 2015/2016	
<i>Épreuve écrite</i>	<i>Branche</i>	<i>Division / Section</i>
<i>Durée épreuve</i> 2h30	Mathématiques	CG
<i>Date épreuve</i> 03 JUIN 2016		

Question 1 (1+1+4+2 = 8 points)

Une entreprise de fabrication de machines estime, que le coût de production total par semaine, en milliers d'euros, de x machines ($x \geq 0$) s'exprime en fonction de x par: $C(x) = x^3 - 18x^2 + 92x$.

L'entreprise vend sa production 32 000 € par machine.

- Donnez l'expression de la recette $R(x)$, en milliers d'euros, en fonction du nombre de machines x .
- Vérifiez que le bénéfice pour x machines est donné par: $B(x) = -x^3 + 18x^2 - 60x$.
- Calculez $B'(x)$ et déduisez-en les variations du bénéfice $B(x)$ pour $x \geq 0$.
- Trouvez le nombre de machines que l'entreprise doit fabriquer et vendre pour obtenir un bénéfice maximal et indiquez le bénéfice correspondant.

Question 2 (4 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante:

$$\left(\frac{e^{3x}}{e^{5-x}} - e \right) \cdot (e^{4x} \cdot e^{3-2x} + 1) = 0$$

Question 3 (6 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante:

$$\ln(23 - 5x) - \ln 3 \geq 2 \ln(x - 3)$$

Question 4 (11 points)

Faites l'étude complète de la fonction f définie par $f(x) = -1 - 2 \ln(3x + 2)$.

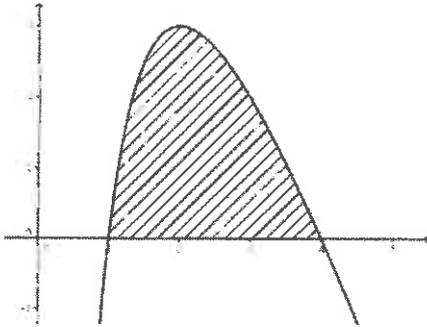
(ensemble de définition, limites et asymptotes éventuelles, intersections avec les axes, dérivée, tableau de variation, représentation graphique.)



Question 5 (2+0,5+2,5 = 5 points)

La courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{-3x^2+15x-12}{x}$.

- Déterminez par le calcul les points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des x .
- Vérifiez que $f(x) = 15 - 3x - \frac{12}{x}$.
- Calculez l'aire de la surface hachurée.



Question 6 (4 points)

Par inattention nous avons mélangé 6 clés USB défectueuses avec 15 clés USB impeccables. Nous choisissons 4 clés USB au hasard parmi toutes les clés USB (sans remise). Calculez la probabilité que:

- toutes les clés USB fonctionnent.
- exactement trois clés USB ne fonctionnent pas.
- au moins deux clés USB fonctionnent.

Question 7 (4 points)

Afin de pouvoir financer un tournoi national dans plusieurs disciplines, la ligue des associations sportives organise une tombola. On exige que 5% des billets soient gagnants. Les billets gagnants sont soigneusement mélangés avec les billets perdants. Calculez la probabilité que:

- tous les billets sont gagnants si on achète 2 billets.
- exactement un billet est gagnant si on achète 8 billets.
- une personne qui achète 7 billets gagne au moins deux fois.

Question 8 (2+1+1+2 = 6 points)

À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un tram, on estime que:

- 80% de la population sont en faveur du projet du tram.
 - parmi ces défenseurs, 30% sont des écologistes.
 - parmi les personnes opposées au projet, 5% sont des écologistes.
- Construisez un arbre qui illustre cette situation.
 - Calculez la probabilité qu'une personne interrogée soit un écologiste.
 - Calculez la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée au projet et ne soit pas un écologiste.
 - Calculez la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée au projet sachant que la personne est un écologiste.

Question 9

(6+6 = 12 points)

Le tableau suivant donne la dette publique consolidée des administrations publiques luxembourgeoises (niveau en valeur nominale en fin d'année):

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang de l'année (x)	0	1	2	3	4	5
Dette publique en millions d'euros (y)	5 586	7 732	8 107	9 615	10 894	11 244

A) Ajustement affine

- Déterminez les coordonnées du point moyen G .
- Vérifiez si un ajustement affine est valable.
Donnez une équation de la droite de régression de y en x .
- Estimez, à l'aide de l'ajustement précédent, la dette publique au Luxembourg en 2005.
- En réalité la dette publique en 2005 a été de 1 885 millions d'euros. Déterminez en %, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte.
- Estimez ensuite, à l'aide de l'ajustement trouvé en b), la dette publique au Luxembourg en 2017.

B) Ajustement non affine

Dans cette partie, tous les résultats seront arrondis à 0,001 près.

- Recopiez et complétez le tableau suivant.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang de l'année (x)	0	1	2	3	4	5
$z = \ln(y)$						

- Déterminez la droite de régression de z en x .
- En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de y en x de la forme $y = C \cdot e^{Dx}$.
- Estimez à l'aide de ce nouvel ajustement, la dette publique au Luxembourg en 2017.
- Estimez à l'aide de cet ajustement, en quelle année la dette publique au Luxembourg dépassera pour la première fois les 30 000 millions d'euros.