Code branche	Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section technique générale - Session 2012/2013**	
MATHE II		
Épreuve **écrite**	Branche	Division / Section
Durée épreuve **2 heures**	**Mathématiques II**	**GE**
Date épreuve 6. 6. 2013		

I On donne les nombres complexes

$z_1 = -e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = \dfrac{i}{2i\sqrt{3}-2}$.

1) Écrivez z_1 et z_2 sous forme algébrique et sous forme exponentielle.

2) Trouvez une forme trigonométrique de $\dfrac{z_1^6}{z_2}$.

((3+4) + 2 = 9 points)

II On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation suivante :

(*E*) : $z^3 + (-2-5i)\,z^2 + (10+10i)\,z - 50i = 0.$

1) Démontrez que $5i$ est solution de (*E*), puis que (*E*) peut s'écrire sous la forme $(z-5i)\left(az^2+bz+c\right)=0$ où a, b, c sont trois réels à déterminer.

2) Résolvez l'équation (*E*).

((2+3) + 2 = 7 points)

III Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$, on donne les points *A*, *B*, *C* d'affixes : $z_A = 3i,\ z_B = 2+i,\ z_C = 4+3i$.

1) Calculez une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$.

2) Déduisez des calculs précédents toutes les particularités du triangle *ABC*.

(3 + 3 = 6 points)

IV Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

À tout point *M* du plan d'affixe $z \neq 2i$, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \dfrac{z-3}{z-2i}$.

On pose $z = x+iy$ et $z' = x'+iy'$, où x, y, x' et y' sont des réels.

1) Calculez x' et y' en fonction de x et y.

2) Déterminez l'ensemble *D* des points *M* tels que z' soit réel.

3) Déterminez l'ensemble Γ des points *M* tels que z' soit imaginaire pur.

(4 + 2 + 4 = 10 points)

Le Commissaire du Gouvernement

V 1) Démontrez :

Dans un repère orthonormal :

Si le plan *P* a pour vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$ alors *P* a une équation cartésienne de la forme $ax+by+cz+d=0$ où a, b, c ne sont pas tous nuls puisque $\vec{n}$ est un vecteur normal.

2) Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les points $A(3;-2;4)$, $B(1;1;23)$ et le plan $P: 3x-y-2z+6=0$.

a) Vérifiez que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire au plan *P*.

b) Trouvez une équation cartésienne du plan *Q* parallèle au plan *P* et passant par le point *A* donné.

c) Dites si le plan *P* et le plan *R* : $-5x+3y-9z+8=0$ sont parallèles, sécants, éventuellement perpendiculaires.

(5 + 2 + 2 + 2 = 11 points)

VI Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les points $A(-3;5;2)$ et $B(7;-1;4)$.

1) Donnez une équation de la sphère *S* de diamètre $[AB]$.
2) Trouvez une équation du plan *P* tangent à *S* au point *A*.

(3 + 3 = 6 points)

VII L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Considérez le système : $$(S)\begin{cases} 3x-2y+z=7 & P_1 \\ 2x+2y-z=-2 & P_2 \\ 4x-y+2z=9 & P_3 \end{cases}$$

1) Démontrez que les plans P_1 et P_2 sont sécants sans déterminer leur intersection.
2) Donnez une représentation paramétrique de la droite d'intersection de P_1 et P_2.
3) Prouvez que le plan P_3 et la droite *d* (trouvée sous 2)) se coupent en un point *I* dont vous calculerez les coordonnées.

(2 + 4 + 5 = 11 points)